

На правах рукописи

Тукмаков Дмитрий Алексеевич

УДК 519.63:533:537

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГАЗОВЗВЕСЕЙ В  
НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЯХ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ - 2015

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте механики и машиностроения Казанского научного центра РАН.

Научный руководитель:	<b>Губайдуллин Дамир Анварович</b> доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН// ФГБУН Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН
Официальные оппоненты:	<b>Зарипов Шамиль Хузеевич</b> д.ф.-м.н., профессор // зав. кафедрой моделирования экологических систем Института экологии и природопользования Казанского (Приволжского) федерального университета <b>Абрашкин Анатолий Александрович</b> д.ф.-м.н., профессор// Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики- Нижний Новгород
Ведущая организация:	Институт теплофизики УрО РАН

Защита состоится “ ” \_\_\_\_\_ 2015 г. в \_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета Д212.081.11 при Казанском (Приволжском) федеральном университете, расположенном по адресу: 420008, Казань, ул.Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского (Приволжского) федерального университета. Электронный вариант автореферата размещен на сайте <http://www.kpfu.ru>

Автореферат разослан “ ” \_\_\_\_\_ 2015 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
к.ф.-м.н., доцент

А.А.Саченков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Задача исследования нестационарных ударно-волновых процессов в многофазных средах представляет собой одну из наиболее актуальных фундаментальных проблем механики жидкости и газа, практическая значимость которой связана с широким распространением технологий, основанных на механике гетерогенных систем.

Исследование нестационарных течений газовзвесей методами математического моделирования востребовано в связи с тем, что до сих пор многие явления и процессы в ударно-волновой динамике гетерогенных сред недоступны для экспериментального изучения. Определение основных закономерностей ударно-волновых процессов в газовзвесах поможет предсказывать их поведение в практически важных областях, позволит проводить расчеты режимов функционирования различных технических устройств. Полученные методами математического моделирования теоретические результаты можно использовать при обработке экспериментальных данных для развития более общих теорий, а также при разработке методов диагностики и контроля протекающих в многофазных смесях процессов.

**Объект исследования.** В работе рассматривается динамика химически инертных газовзвесей в нелинейных волновых полях и в потоках с учетом скоростной и температурной неравновесности несущей и дисперсной фазы.

**Методы исследований.** Исследование динамики газовзвесей осуществлялось методами численного моделирования. Для описания движения газовзвеси использовалась двухскоростная двухтемпературная модель динамики монодисперсной газовзвеси, в которой несущая среда описывается полной

системой уравнений динамики вязкого сжимаемого теплопроводного газа, а движение дисперсной фазы описывалось уравнениями неразрывности, сохранения компонент импульса и сохранения внутренней энергии. Система уравнений движения газозвеси решалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности со схемой расщепления по направлениям и схемой нелинейной коррекции.

**Цель работы** заключается в численном изучении динамики газозвесей, находящихся под действием периодических нелинейных волновых полей и ударных волн различной интенсивности в зависимости от объемного содержания, дисперсности и пространственного распределения твердых частиц.

**Достоверность и обоснованность.** Результаты получены в ходе решения известных уравнений механики гетерогенных сред апробированными численными методами. Выполнены тестовые расчеты динамики чистого газа и газозвесей, которые хорошо согласуются с известными из литературы результатами физических и численных экспериментов.

**Научная новизна** работы состоит в решении ряда новых задач и в описании новых эффектов на основе математической модели динамики монодисперсной двухскоростной и двухтемпературной газозвеси в двумерной постановке с учетом вязкости и теплопроводности несущей среды. Такая постановка позволила решить ряд новых задач механики газозвесей, таких как

-задача о распространении ударной волны в среде с пространственно неравномерным распределением дисперсной фазы;

- задача о динамике газозвесей и дрейфе дисперсной фазы в нелинейных волновых полях закрытой трубы и открытого плоского канала;

- задача о разлете газозвеси в ударной трубе с двухкомпонентной несущей средой (камера высокого давления- гелий, камера низкого давления- воздух).

**Теоретическая и практическая значимость.** Полученные результаты расширяют теоретические представления о динамике газовзвесей в нелинейных волновых полях. Результаты и выводы исследований динамики газовзвесей и дрейфа дисперсной фазы в акустических резонаторах могут послужить основой для создания технологии акустической сепарации аэрозолей.

***Положения, выносимые на защиту.***

- Сопоставление результатов численных расчетов динамики вязкого газа в закрытом акустическом резонаторе с результатами физического эксперимента, а также результаты численного моделирования генерации интенсивных продольных колебаний газа в акустическом резонаторе за счет синфазного возвратно-поступательного движения двух жестко связанных поршней.
- Результаты численного изучения влияния неравномерного распределения дисперсной фазы на характеристики двумерной ударной волны в газовзвеси.
- Результаты численного моделирования динамики газовзвеси и дрейфа дисперсной фазы в нелинейных волновых полях, генерируемых в акустическом резонаторе- закрытой трубе и в потоке газовзвеси, протекающей в открытом плоском канале.
- Результаты численного моделирования разлета газовзвеси в двухкомпонентном газе и их сопоставление с результатами физического эксперимента.

***Апробация работы.*** Результаты диссертации опубликованы в 18 работах [1-18], в том числе 5 статей из списка ВАК. Исследования, проведенные в диссертации, докладывались и обсуждались на научных конференциях [6-18].

Работа выполнена при поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2014 годы” (г/к №14.740.11.0351), а также ФЦП “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития

научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы “ (соглашение №14.577.21.0151 от 28.11.2014 г.).

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, выводов и списка литературы. Работа изложена на 134 страницах машинописного текста, содержит 45 рисунков. Список литературы включает в себя 113 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** приводится обоснование актуальности темы исследования, описана новизна работы, сформулированы цель и задача, перечислены основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** дан обзор основных теоретических и экспериментальных работ по динамике гетерогенных сред. Далее проводится тестирование численного метода на задачах динамики идеального и вязкого газа. Решения, полученные численно для задач о распаде разрыва и о формировании ударной волны на движущемся поршне, сопоставлены с известными из литературы аналитическими решениями. Результаты численного моделирования генерируемых поршнем колебаний газа в акустическом резонаторе сопоставлялись с результатами физического эксперимента. Численно исследовался способ генерации интенсивных продольных колебаний газа в трубе при помощи двух синфазно колеблющихся поршней.

Для описания колебаний газового столба применялась система уравнений движения вязкого сжимаемого теплопроводного газа, записанная в цилиндрической системе координат. Система уравнений решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка точности. Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы нелинейной коррекции. Метод расчета дополняется

соответствующими начальными и граничными условиями, которые задаются в зависимости от вида задачи. Анализ численных результатов позволяет сделать вывод о том, что явный метод Мак-Кормака со схемой расщепления по направлениям и со схемой нелинейной коррекции с высокой точностью описывает

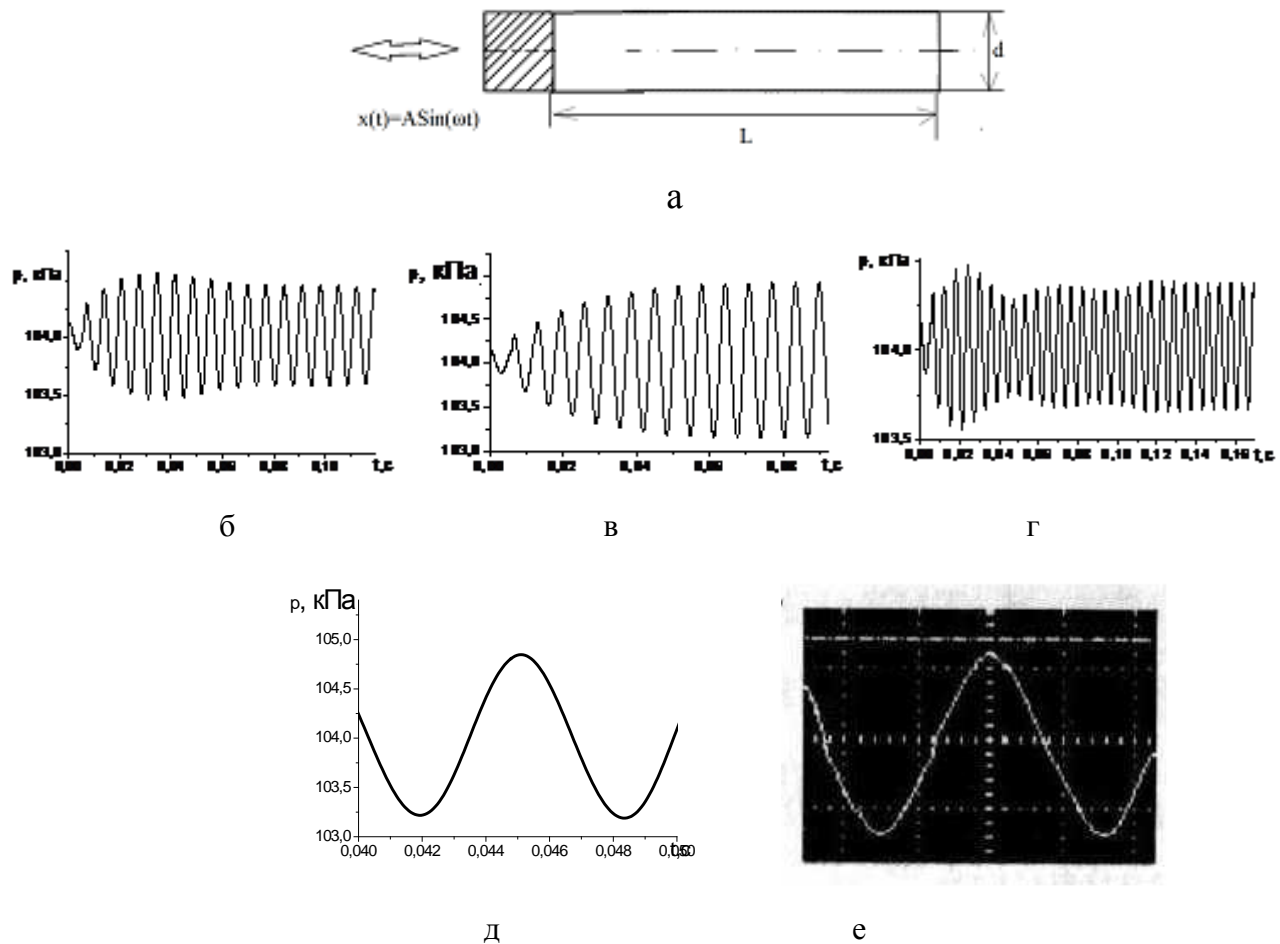


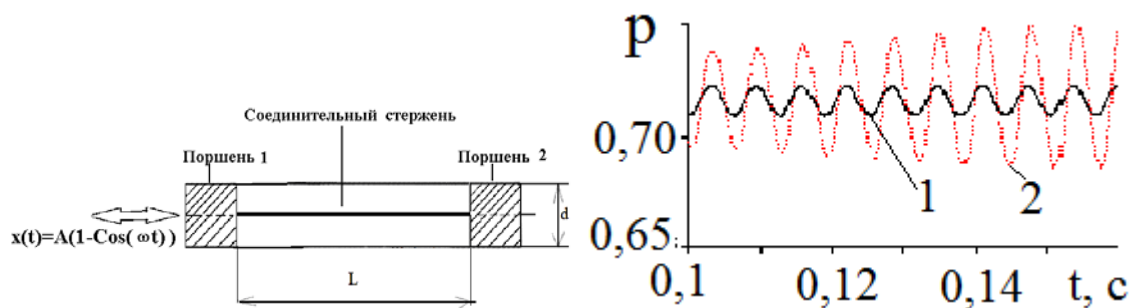
Рисунок 1. Схема резонатора (а) и зависимость давления от времени на поверхности поршня при колебаниях с частотами: б-  $\nu=0.89 \nu_1$ , в-  $\nu=0.99 \nu_1$ , г-  $\nu=1.09 \nu_1$ . Амплитуда колебаний поршня 0,0003 м. Частота биений совпадает с разностью частоты внешнего возбуждения и первой собственной частоты резонатора. Профиль волн при колебаниях с частотой -  $\nu=0.99 \nu_1$ : д – численный расчет, е- физический эксперимент.

движение среды в задачах о распаде разрыва и о формировании ударной волны движущимся поршнем, которые решаются с применением моделей идеального

газа. При описании динамики вязкого газа, численная модель акустической системы характеризуется меньшей добротностью и более высоким затуханием, чем физическая система и требует применения конечно-разностных сеток с большим числом узлов. На рис.1, а приведена схема акустического резонатора, а на рис.1, б-г показаны результаты расчетов зависимости давления от времени на поверхности поршня в окрестности первой собственной частоты резонатора.

Сопоставление резонансных кривых позволяет сказать, что для частот, расположенных вблизи резонанса и справа от него при  $0,9 < v/v_1 < 1,1$  численные и экспериментальные значения относительного перепада давления газа на поршне за период  $\Delta p = (p_{\text{макс}} - p_{\text{мин}})/p_0$  отличаются не более чем на 1%.

Экспериментальное исследование динамики неоднородных сред связано с изучением влияния на среду нелинейных и разрывных волн, генерируемых в акустическом резонаторе. В то же время, характеристики вибростенда, используемого для создания периодических колебаний поршня таковы, что при увеличении частоты колебаний, их амплитуда падает, и при некоторой частоте становится меньше величины, необходимой для создания разрывных волн. С целью создания нелинейных и разрывных колебаний в акустическом резонаторе при высоких частотах и малых амплитудах колебаний поршня, была предложена конфигурация поршневого узла (рис. 2, а) с двумя жестко связанными синфазно движущимися поверхностями.





а

б

Рис. 2. Схема акустического резонатора со сдвоенным поршнем (а) и давление газа на поршне (б): 1- одиночный поршень (рис.1, а), 2- сдвоенный поршень (рис.2, а). Амплитуда колебаний поршня 0,001 м, первая собственная частота.

Результаты численного моделирования подтвердили предположение о том, что конфигурация поршневого узла (рис. 2) с двумя жестко связанными синфазно движущимися поршнями позволяет увеличить интенсивность колебаний газа в резонаторе и при той же амплитуде колебаний поршня создать колебания газа с близкими к разрывным фронтами.

**Во второй главе** численно моделируется эволюция ударной волны в среде с заданным распределением средней плотности дисперсной фазы. Приведена математическая модель динамики двухскоростной двухтемпературной газовзвеси, учитывающая вязкость и теплопроводность несущей среды. Система уравнений движения двухфазной двухтемпературной двухскоростной монодисперсной смеси в безразмерных переменных имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} &= 0; \\
 \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} &= 0; \\
 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{(\rho_1 u_1^2 + p - \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy})}{\partial y} &= -\tilde{F}_x + \alpha \partial p / \partial x; \\
 \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1^2 + p - \tau_{yy})}{\partial y} &= -\tilde{F}_y + \alpha \partial p / \partial y; \quad (2.2) \\
 \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{(\rho_2 u_2^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 u_2 v_2)}{\partial y} &= \tilde{F}_x \rho_{10} / \rho_{20} - \alpha (\partial p / \partial x) \rho_{10} / \rho_{20};
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2 v_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2^2)}{\partial y} = \bar{F}_y \rho_{10} / \rho_{20} - \alpha (\partial p / \partial y) \rho_{10} / \rho_{20};$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial((e_1 + p - \tau_{xx})u_1 - \tau_{xy}v_1 + \lambda \partial T_1 / \partial x)}{\partial x} + \frac{\partial((e_1 + p - \tau_{yy})v_1 - \tau_{xy}u_1 + \lambda \partial T_1 / \partial y)}{\partial y} = \\ & = -\hat{Q} - |\bar{F}_x|(u_1 - u_2) - |\bar{F}_y|(v_1 - v_2) + \alpha \partial(pu_1) / \partial x + \alpha \partial(pv_1) / \partial y; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(e_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial y}(e_2 v_2) = \hat{Q}_1.$$

Компоненты силы межфазного взаимодействия, которая включает в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда и силу присоединенных масс,  $\bar{F}_x$ ,  $\bar{F}_y$  и тепловые потоки в правых частях уравнений сохранения энергии для несущей фазы и частиц определяются как:

$$\begin{aligned} \bar{F}_x = & \left( \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + \right. \\ & \left. + 0.5 \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) \right) L / \rho_{10} c^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_y = & \left( \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (v_1 - v_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \right. \\ & \left. + 0.5 \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) \right) L / \rho_{10} c^2, \end{aligned}$$

$$\hat{Q} = Q L / \rho_{10} c^3,$$

$$\hat{Q}_1 = Q (L / \rho_{10} c^3) (\rho_{10} c^3 / L) L / \rho_{20} C_T T_{20} c = \hat{Q} \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} \frac{c^2}{C_T T_{20}}.$$

Здесь  $p$ ,  $\rho_l$  – давление и плотность газа;  $u_l$ ,  $v_l$  – декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно;  $T_l$ ,  $e_l$  – температура и

полная энергия газа;  $F_x, F_y, Q$  - составляющие межфазной силы взаимодействия и межфазный тепловой поток, возникающий на границе частица-газ;  $\rho_2, T_2, e_2, u_2, v_2$  - средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы в направлении осей  $x, y$ . Температура несущей среды находится из уравнения  $T_1 = (\gamma - 1)(e_1/\rho_1 - 0.5(u_1^2 + v_1^2))/R$ , где  $R$  - газовая постоянная несущей фазы. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как  $e_2 = \rho_2 C_p T_2$ , где  $C_p$  - удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена  $\alpha^T$  на поверхности частица- несущая среда и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей  $Q = \alpha^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2)n = 6\alpha Nu \lambda (T_1 - T_2)/(2r)^2$ , где  $Nu = 2r\alpha^T/\lambda$ . Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля:

$$Nu = 2 \exp(-M_{20}) + 0.459 Re_{20}^{0.55} Pr^{0.33}, \quad 0 \leq M_{20} \leq 2, \quad 0 \leq Re_{20} < 2 \cdot 10^5.$$

Решения, описывающие одномерную эволюцию ударной волны в среде с заданным распределением средней плотности дисперсной фазы, полученные с помощью разработанной модели сопоставляются с известными из литературы численными решениями (рис. 3). Получены решения о распространении ударной волны в двумерной постановке с заданным начальным неравномерным распределением средней плотности дисперсной фракции на плоскости (рис. 4), приводящем с течением времени к искривлению плоского в начальный момент времени фронта волны давления.

**В третьей главе** численно моделируется динамика газовзвеси в нелинейных волновых полях акустических резонаторов открытого и закрытого типа. Динамика двухфазной смеси описывается системой уравнений движения двухтемпературной двухскоростной монодисперсной газовзвеси, которая решается явным методом

Мак-Кормака с расщеплением по направлениям и схемой нелинейной коррекции, позволяющей получить монотонное решение. Рассматриваются динамические

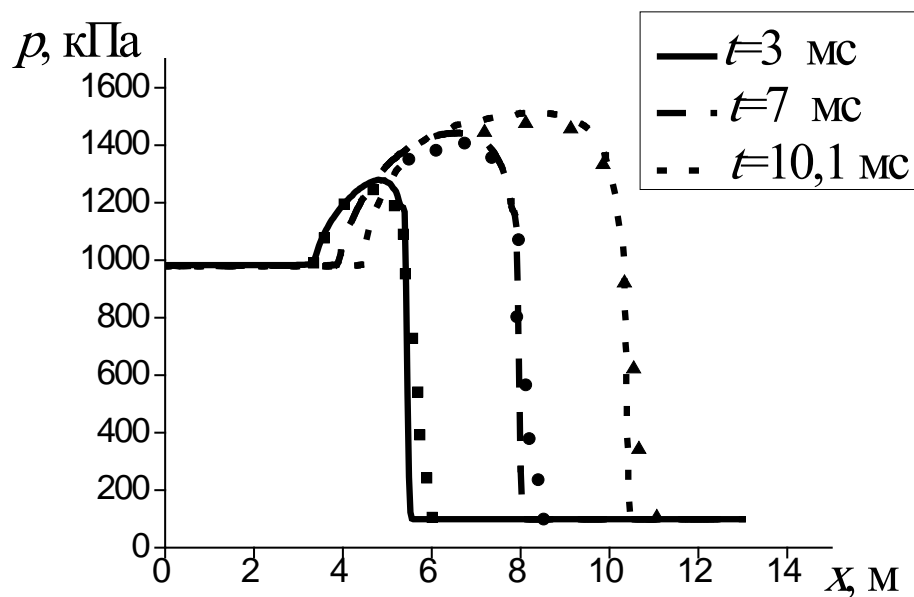
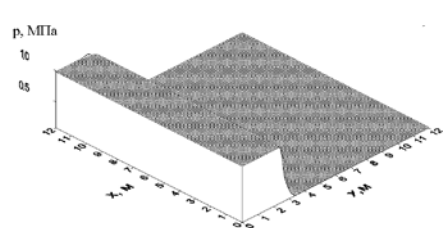
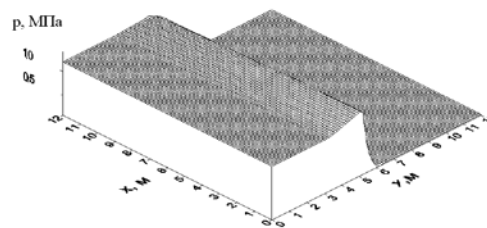


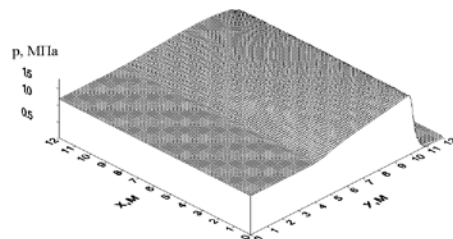
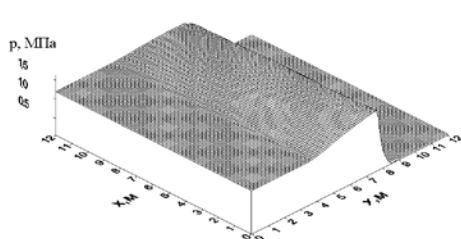
Рисунок 3. Эволюция волн давления в газозвеси: результаты, полученные в работе А.Г. Кутушева «Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах». Санкт-Петербург. Изд-во Недра. 2003. 283 с. обозначены следующим образом: ■-  $t=3$  мс; ●-  $t=7$  мс; ▲-  $t=10,1$  мс.



а



б

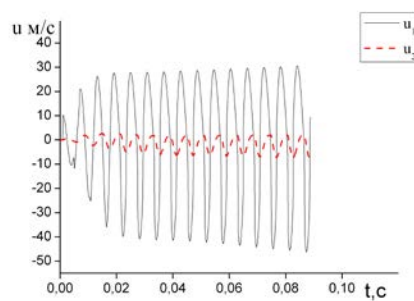


В

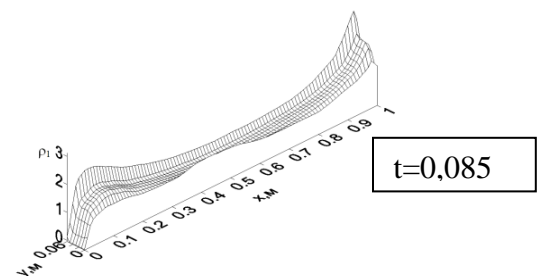
Г

Рисунок 4. Эволюция ударной волны в газозвеси с неравномерным начальным распределением объемного содержания дисперсной фазы в моменты времени: а-  $t=0,1$  мс; б-  $t=3$  мс; в-  $t=7$  мс; г-  $t=10,1$  мс.

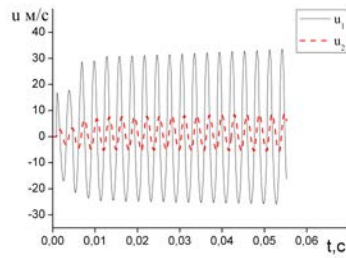
процессы в акустическом резонаторе, представляющем собой закрытую трубу с колеблющимся с заданной частотой и амплитудой поршнем (рис.1, а). Описаны колебания несущей и дисперсной среды, а также дрейф дисперсной фазы в узлы стоячей волны поля скорости в зависимости от частоты и амплитуды колебаний поршня, а также в зависимости от объемного содержания и размера частиц дисперсной фракции (рис.5). Разработана численная модель открытого акустического резонатора, представляющего собой плоский канал с протекающей по нему газозвесью. Акустический излучатель располагается на нижней стенке канала (рис. 6). Направление перемещения поршня перпендикулярно направлению потока. Частота колебаний совпадает с первой собственной частотой для поперечного сечения. В этом случае, как показывают численные расчеты, дрейф твердой фракции приводит к повышению средней плотности дисперсной фазы вблизи верхней и нижней стенок канала, где располагаются узлы стоячей волны



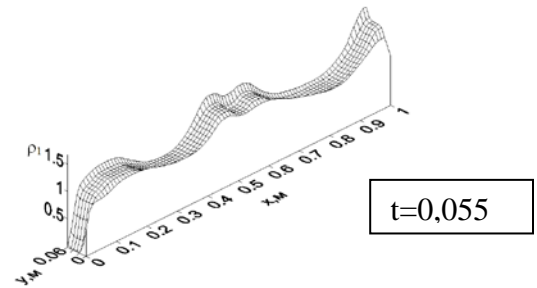
а



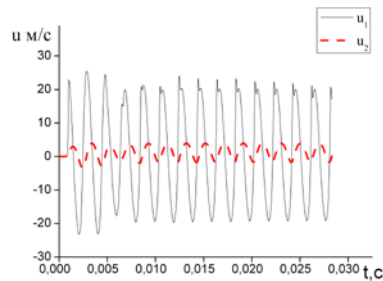
б



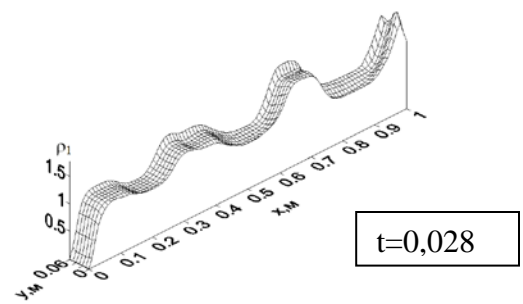
В



Г



Д



е

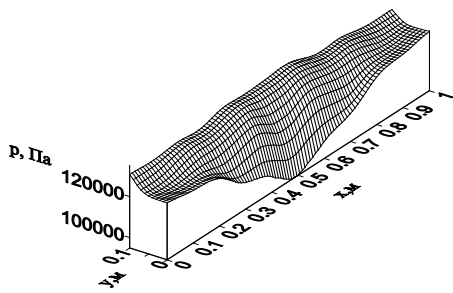
Рисунок 5. Колебания скоростей фаз газовзвеси на оси трубы ( $x=L/2$ ,  $y=0$ ) и распределение средней плотности дисперсной фазы на первой (а, б), второй (в, г) и третьей собственной частоте продольных колебаний: а, в, д - осевая составляющая скоростей несущей и дисперсной фазы (составляющая скорости несущей фазы - сплошная линия, составляющая скорости дисперсной фазы пунктирная линия); б, г, е - распределение средней плотности дисперсной фазы. Начальное объемное содержание твердой фазы -  $\alpha=0,001$ . Дисперсность  $\gamma=30$  мкм—а, б;  $\gamma=10$  мкм—в, г;  $\gamma=10$  мкм—д, е.

поля скорости несущей среды. Как показывают расчеты, генерация акустических колебаний в направлении поперек потока на резонансных для поперечного сечения частотах приводит к дрейфу твердой фракции в направлении узлов стоячей волны поля скорости (рис. 7) в широком диапазоне скоростей потока газовзвеси. В результате, на первой собственной частоте колебаний газа в поперечном к оси канала направлении возникает дрейф твердой фракции с перераспределением средней плотности таким образом, что на поверхности верхней стенки напротив колеблющегося поршня и на самой поверхности поршня концентрация частиц

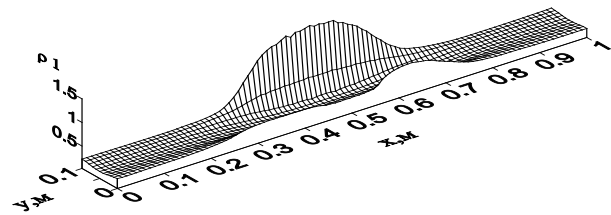
дисперсной фазы выше, чем где-либо в области течения гетерогенного потока. Это явление может быть использовано для создания технологии акустической сепарации несущей и дисперсной фазы в потоке аэрозоля.



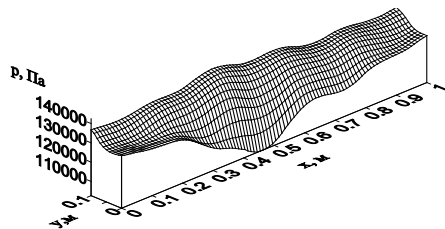
Рисунок 6. Общий вид акустического резонатора проточного типа.



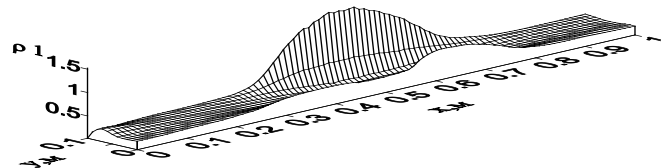
а



б



в



г

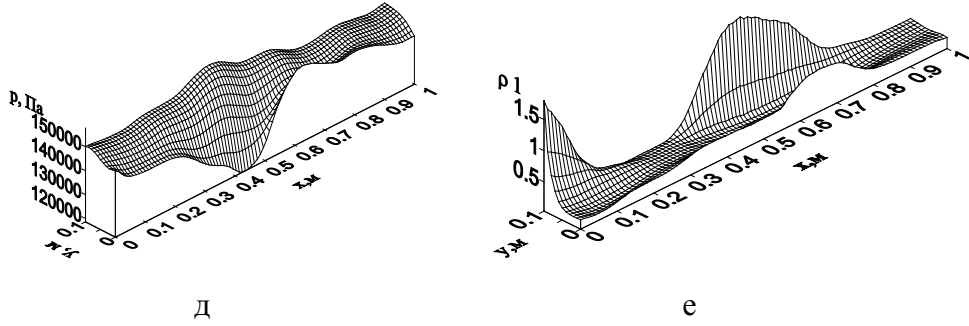


Рисунок 7. Динамика газовзвеси в момент времени  $t=0.022$  с: а, б- зависимости от времени давления газа и средней плотности дисперсной фазы при неподвижной несущей среде; в, г- при скорости несущей среды  $v=10$  м/с; д, е при скорости несущей среды  $v=25$  м/с. Давление газа измеряется в Па, средняя плотность дисперсной фазы измеряется в  $\text{кг/м}^3$ .

В четвертой главе моделируется двумерная нестационарная динамика двухкомпонентной газовой смеси и разлет газовзвеси в чистый газ. Движение двухтемпературной двухскоростной газовзвеси описывалось системой уравнений, включающей в себя уравнения движения двухкомпонентной несущей среды и уравнения движения дисперсной фазы, записанные с учетом межфазного обмена импульсом и энергией:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho^1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho^1 u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho^1 v)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = -F_x + \alpha \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) = -F_y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( [e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) =$$

$$= -Q_1 - (|F_x|(u - u_1) - |F_y|(v - v_1)) + \alpha \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \alpha \frac{\partial(\rho v)}{\partial y},$$



$$p = \rho^1 R_1 T + \rho^2 R_2 T, \quad e = \rho^1 C_{v1} T + \rho^2 C_{v2} T + \rho(u^2 + v^2)/2, \\ \mu = \frac{\rho^1}{\rho} \mu_1 + \frac{\rho^2}{\rho} \mu_2, \quad \lambda = \frac{\rho^1}{\rho} \lambda_1 + \frac{\rho^2}{\rho} \lambda_2, \quad \alpha = \alpha_1, \quad \rho = \rho^1 + \rho^2, \\ \tau_{xx} = \mu(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}D), \quad \tau_{yy} = \mu(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}D), \quad \tau_{xy} = \mu(\frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Компоненты силы межфазного взаимодействия  $F_x$ ,  $F_y$ , которая включает в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда и силу присоединенных масс, а также тепловые потоки в правых частях уравнений сохранения энергии для несущей фазы и частиц определяются как:

$$F_x = \left( \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho \sqrt{(u-u_1)^2 + (v-v_1)^2} (u-u_1) + \alpha \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + 0.5 \alpha \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right), \right. \\ F_y = \left( \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho \sqrt{(u-u_1)^2 + (v-v_1)^2} (v-v_1) + \alpha \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + 0.5 \alpha \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right), \right.$$

Здесь  $\rho = \rho^1 + \rho^2$ , где  $\rho^1$ ,  $\rho^2$  - плотности 1 и 2 компонентов (1-гелий, 2-воздух), которые в начальный момент времени различны в камерах высокого и низкого давления. Уравнения движения дисперсной фазы включают в себя уравнение неразрывности для средней плотности дисперсной фазы, уравнения сохранения составляющих импульса и уравнение, описывающее теплообмен между несущей и дисперсной фазами:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0,$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1) &= F_x - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\
\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2) &= F_y - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \\
\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(e_1 v_1) &= \text{Nu}_1 \frac{6\alpha_1}{(2r)^2} \lambda (T - T_1), \\
\rho_1 &= \alpha_{11} \rho_{10}, \quad e_{11} = \rho_1 C_{p1} T_1, \quad \alpha = \alpha_1
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Система уравнений движения двухскоростной двухтемпературной газовой смеси с двухкомпонентной несущей средой дополнялась начальными и граничными условиями и решалась явным методом Мак-Кормака с расщеплением пространственного оператора по направлениям и схемой нелинейной коррекции.

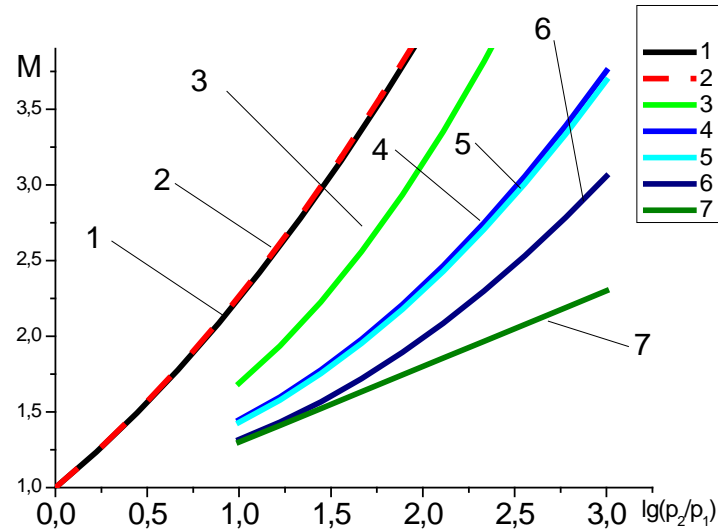


Рис.8. Сопоставление числа Маха фронта ударной волны в чистом двухкомпонентном газе (кривые 1,2) и в газовой смеси (кривая 3-6). Кривые 3,4,6-численный расчет на основе модели двухскоростной двухтемпературной газовой смеси с двухкомпонентным несущим газом для частиц с радиусом соответственно 100, 60 и 10 мкм. Кривые 1, 5 построены обработкой экспериментов в

работе «Ударные волны при разлете сжатого объема газозвеси твёрдых частиц// Б.Е.Гельфанд, А.В.Губанов, Е.И.Медведев, С.А.Цыганов //ДАН СССР. 1985, Т.281, №5-С.1113-1116», кривая 7 - расчетная кривая для динамики газозвеси, полученная по равновесной модели.

Были проведены тестовые расчеты, в которых результаты численного моделирования эволюции ударной волны в двухкомпонентном газе сопоставлены с аналитическими расчетами (рис. 8).

Построена численная модель процесса разлета газозвеси в двухкомпонентной несущей среде с пространственно разделенными в начальный момент времени компонентами. Выполнены расчеты и получены зависимости числа Маха фронта ударной волны от интенсивности разрыва при различных дисперсностях твердой фазы. Выявлено влияние размера частиц на скорость распространения фронта ударной волны в газозвеси. Определено, что при рассматриваемых объемных содержаниях увеличение размера частиц приводит к тому, что зависимость числа Маха фронта ударной волны от начальной интенсивности разрыва приближается к аналогичной зависимости для чистого газа, в то время как уменьшение размера частиц приближает зависимость числа Маха фронта ударной волны от интенсивности разрыва к расчетной кривой для равновесной модели, построенной в работе «Ударные волны при разлете сжатого объема газозвеси твёрдых частиц// Б.Е.Гельфанд, А.В.Губанов, Е.И.Медведев, С.А.Цыганов //ДАН СССР. 1985, Т.281, №5-С.1113-1116». Результаты выполненных расчетов хорошо согласуются с результатами экспериментов (рис.8).

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

1. В результате проведения численного эксперимента подтверждено предположение о том, что конфигурация поршневого узла с двумя жестко связанными синфазно движущимися поверхностями позволяет увеличить интенсивность колебаний газа в резонаторе.
2. На основе численного решения нестационарной двумерной системы уравнений движения двухскоростной двухтемпературной монодисперсной газовой смеси, несущая фаза которой описывается системой уравнений Навье-Стокса, получены решения, описывающие искажение плоского в начальный момент времени фронта ударной волны вследствие неоднородности пространственного распределения средней плотности дисперсной фазы.
3. В результате проведения численного эксперимента по моделированию нелинейных продольных колебаний газовой смеси в закрытой трубе получено, что наибольшая средняя плотность дисперсной фазы достигается вблизи узлов стоячей волны поля скорости. При этом наиболее интенсивный дрейф дисперсной фазы в нелинейном волновом поле возникает в случае крупнодисперсного аэрозоля при наименьшем объемном содержании и при наиболее высокой резонансной частоте колебаний. Генерация акустических колебаний на частоте первого линейного резонанса для поперечного сечения канала в направлении поперек течения газовой смеси приводит к дрейфу твердой фракции к боковым стенкам канала, где располагаются узлы стоячей волны поля скорости. Это явление может быть использовано для создания технологии акустической сепарации несущей и дисперсной фазы в потоке аэрозоля.
4. Построена численная модель процесса распада разрыва в двухкомпонентном газе и проведено сопоставление известных аналитических и полученных численно результатов распространения волн сжатия и разрежения в среде с пространственно разделенными в начальный момент времени компонентами.

Были получены закономерности, описывающие распространение волн в двухкомпонентной системе.

5. Построена численная модель процесса разлета газовзвеси в двухкомпонентной несущей среде с пространственно разделенными в начальный момент времени компонентами. Получены зависимости числа Маха фронта ударной волны от интенсивности разрыва при различных дисперсностях твердой фазы. Выявлено влияние дисперсности частиц на скорость распространения фронта ударной волны в газовзвеси. Определено, что при рассматриваемых объемных содержаниях увеличение размера частиц приводит к тому, что зависимость числа Маха фронта ударной волны от начальной интенсивности разрыва приближается к аналогичной зависимости для чистого газа, в то время как уменьшение размера частиц приближает зависимость числа Маха от интенсивности разрыва к расчетной кривой для равновесной модели.

Статьи, опубликованные в научных изданиях, рекомендуемых ВАК:

1. Тукмаков, Д.А. Численное моделирование динамики волновых систем на основе явной схемы Мак-Кормака /Д.А. Губайдуллин, Д.А.Тукмаков // Известия вузов. Проблемы энергетики, 2012. № 5-6. С. 3 - 10.
2. Тукмаков, Д.А. Нелинейные колебания газовзвеси и дрейф твердой фазы в акустическом резонаторе проточного типа/ В.Г.Тонконог, Д.А. Тукмаков// Инженерно-физический журнал, 2013. Т. 86. № 3. С.576-583.
3. Тукмаков, Д.А. Численное изучение динамики ударных волн в газовзвесах./ Д.А. Губайдуллин, Д.А.Тукмаков//Известия вузов. Авиационная техника. 2013, №2. С.38-42.
4. Тукмаков, Д.А. Численное исследование эволюции ударной волны в газовзвеси с учетом неравномерного распределения частиц. / Д.А. Губайдуллин, Д.А.Тукмаков // Математическое моделирование. 2014, Т.26, №10. С.109- 119.

5. Тукмаков, Д.А. Исследование динамики двухкомпонентного газа с пространственно разделенными в начальный момент компонентами / Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. // Известия вузов. Проблемы энергетики, 2014. № 3-4. С. 38 - 43.

Работы, опубликованные в других изданиях:

1. Тукмаков, Д.А. Моделирование колебаний газа в акустическом резонаторе при помощи неявной конечно-разностной схемы/Д.А.Тукмаков // Труды Мат. центра им. Лобачевского. Теория функций ее приложения и смежные вопросы. Материалы X международной Казанской летней научной школы конференции. Казань: Издательство Казанского государственного университета, 2011. Т. 43. С. 345 - 347.
2. Тукмаков, Д.А. Решение задач о распаде разрыва и формировании ударной волны на поршне при помощи неявной конечно-разностной схемы/ Д.А.Губайдуллин, Д.А. Тукмаков //Труды Мат. центра им. Лобачевского. Материалы X молодежной научной школы конференции «Лобачевские чтения- 2011». Казань: Издательство Казанского математического общества, 2011. Т. 44. С. 119- 120.
3. Тукмаков, Д.А. Анализ численных решений задачи о распаде разрыва в газозвеси при различных дисперсностях и объемных содержаниях твердой фазы / Д.А. Тукмаков //Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы Девятой Всероссийской конференции. Казань: Отечество, 2012. С. 382 - 385.
4. Тукмаков, Д.А. Сравнение численных решений задач вязкого и идеального газа с аналитическими решениями и физическим экспериментом/Д.А. Тукмаков// Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы Девятой Всероссийской конференции. Казань: Отечество, 2012. С. 378 - 381.
5. Тукмаков, Д.А. Численное моделирование динамики газозвеси на основе модели двухскоростного двухтемпературного монодисперсного аэрозоля/Д.А. Тукмаков // Труды Мат. центра им. Лобачевского. Материалы XI молодежной

- научной школы конференции «Лобачевские чтения- 2012». Казань: Издательство Казанского математического общества, 2012. Т. 45. С. 206 - 208.
6. Tukmakov, D.A. Numerical modeling of gas fluctuations in the acoustic resonator on the basis of explicit MacCormack scheme/ D.A.Gubaydulli, D.A.Tukmakov // Abstracts of XVI ICMAR - 16TH International conference on the methods of aerophysical research. Kazan, August 19-25, 2012. Т. 1. С. 122 - 123. Издательство Казанского университета.
  7. Тукмаков, Д.А. Изучение эволюции ударных волн в инертной гетерогенной среде. /Д.А. Тукмаков// Труды Мат. центра им. Н.И. Лобачевского. Теория функций ее приложения и смежные вопросы. Материалы XI международной Казанской летней научной школы конференции. Казань: Издательство Казанского государственного университета, 2013. Т. 46. С. 433 – 435.
  8. Tukmakov, D.A. Numerical research of evolution of the shock wave in gas-particles suspension / D.A.Tukmakov // Сборник материалов 4-ой международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». Москва, 26-29 ноября 2013 года. М.: МАКС Пресс, 2013. С. 44-45.
  9. Тукмаков, Д.А. Математическое моделирование ударных волн в двухкомпонентной смеси газов/ Д.А. Тукмаков// Двадцатая всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых. Ижевск: издательство АСФ России, 2014. С. 504-506.
  10. Тукмаков, Д.А. Реализация явного конечно-разностного метода в моделировании динамики гетерогенных сред в случае с одномерной геометрией процессов/Д.А. Тукмаков// Двадцатая всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых. Ижевск: издательство АСФ России, 2014. С. 506-508.
  11. Тукмаков, Д.А. Математическое моделирование эволюции ударных волн в инертных полидисперсных газовзвесьях /Д.А. Тукмаков// Материалы докладов IX

- Международной молодежной научной конференции «Тинчуринские чтения». 2014. С.178.
12. Tukmakov, D.A. Modeling of two components gas dynamic/ Д.А. Тукмаков// Abstracts of XVII ICMAR - 17TH International conference on the methods of aero physical research. Novosibirsk, June 30 –July 6, 2014. Т. 2. С. 197 - 198. Издательство Новосибирского университета.
13. Тукмаков, Д.А. Эффект акустической сепарации твердой фракции поперек направления течения газовзвеси. /Д.А. Тукмаков//Материалы докладов шестой национальной конференции по теплообмену. Москва: «Издательский дом МЭИ» 2014. Т.2. С.277-278.